

I.7.1. Les lois de l'hydrostatique

L'hydrostatique est la science qui étudie l'équilibre des liquides. Elle étudie en particulier la transmission des pressions. En hydrostatique, le fluide étant au repos, les lois établies pour un fluide parfait s'appliqueront à un fluide réel. Un fluide réel diffère du fluide idéal par sa viscosité. Or celle-ci ne manifeste ses effets que s'il y a un déplacement.

I.7.2. Equation générale de l'hydrostatique :

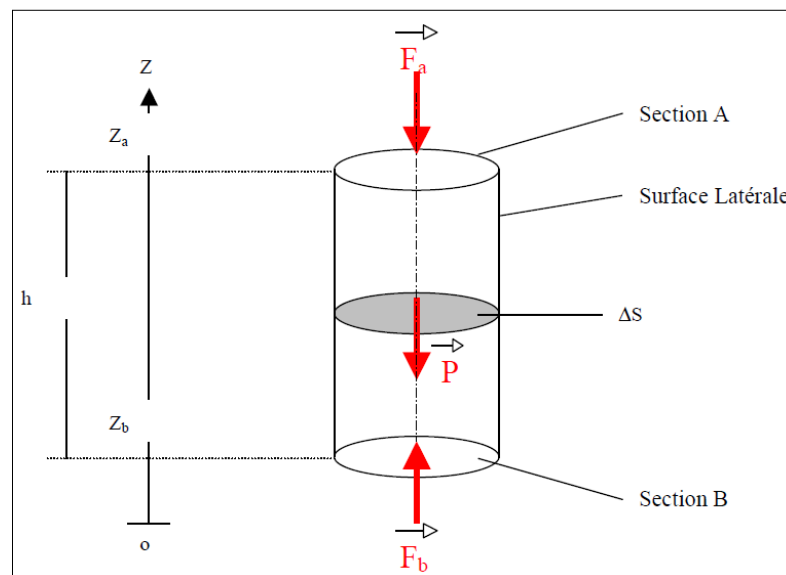
Etudiant l'équilibre d'une partie de fluide en forme de cylindre vertical de section droite très petite ΔS et d'une hauteur h . Le cylindre est soumis à l'action de son poids et à l'action des forces de pression du milieu liquide extérieur :

- Poids: $P = m.g$ or, $m = \rho.V$
Donc : $P = \rho.V.g$ (avec $V = h . \Delta S$)

- Forces de pression:

section A : $F_a = P_a . \Delta S$

section B : $F_b = P_b . \Delta S$



- surface latérale : $F_L = 0$ (les forces de pression à l'axe du cylindre s'opposent et s'annulent)

On projette l'équation sur l'axe OZ :

$$P - F_a + F_b = 0$$

$$\rho.V.g - P_a . \Delta S + P_b . \Delta S = 0$$

$$\rho.h . \Delta S.g - P_a . \Delta S + P_b . \Delta S = 0$$

$$\rho.h.g - P_a + P_b = 0$$

$$\text{Or, } h = z_a - z_b$$

$$\longrightarrow \boxed{P_a + \rho.g.z_a = P_b + \rho.g.z_b} \quad (I.9)$$

C'est l'équation générale de l'hydrostatique

Remarque :

L'équation générale de l'hydrostatique peut s'écrire en pression absolue ou en pression effective, si P_A est effective alors P_B est effective, si P_A est absolue alors P_B est absolue.

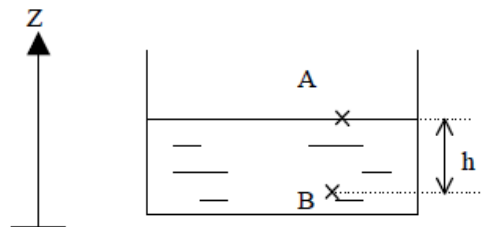
I.7.3. Transmission des pressions dans les liquides

I.7.3.1. Théorème de Pascal

Pour tout fluide incompressible en équilibre, la variation de la pression en un point se transmet intégralement en tout point du fluide.

Soit un liquide incompressible de masse volumique (ρ), (schéma) :

Principe de l'hydrostatique entre A et B : $P_B = P_A + \rho \cdot g \cdot h$



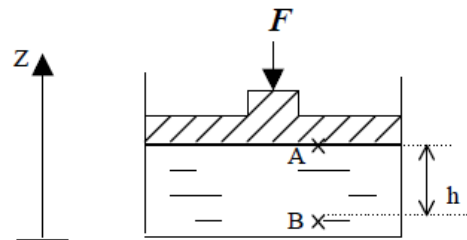
Si on exerce une force F sur la surface, on provoque une surpression ΔP tel que :

$$P_A' = P_A + \Delta P$$

Principe de l'hydrostatique :

$$P_B' = P_A' + \rho \cdot g \cdot h$$

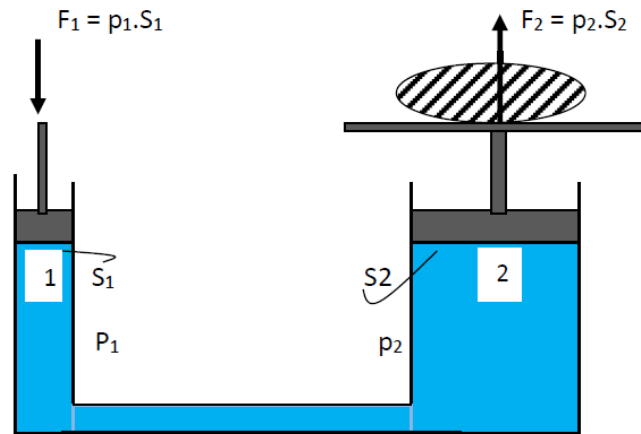
$$P_B' = P_A + \Delta P + \rho \cdot g \cdot h$$



$$\longrightarrow P_B' = P_B + \Delta P$$

I.7.3.2. Application : Principe de la presse hydraulique

Soit le schéma de principe d'une presse hydraulique. On y produit une force considérable à partir d'une force relativement peu importante, en considérant la surface d'un piston à la sortie 2 plus large que celui à l'entrée 1.



Principe d'une presse hydraulique

Lorsque les deux pistons 1 et 2 sont sur le même niveau, on a : $p_1 = p_2$

Soit : $F_1 = P_1.S_1$ et $F_2 = P_2.S_2$

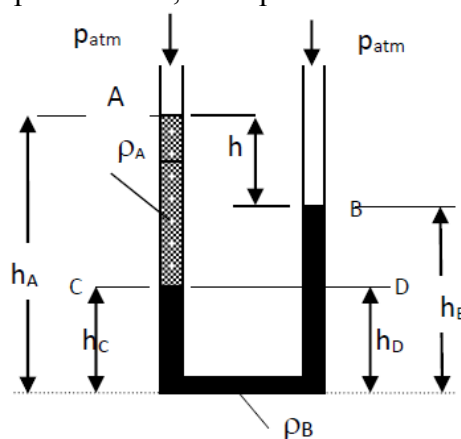
donc :

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} \quad P_2 = \frac{F_2}{S_2} \quad p_1 = p_2 \quad \text{donc : } \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\text{d'où : } \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{Si } S_2 \gg S_1 \implies F_2 \gg F_1$$

I.7.3.3. Equilibre de deux fluides non miscibles

Un tube en U rempli d'un liquide de masse volumique (ρ_B), si dans l'une des branches un autre liquide non miscible au premier et de masse volumique (ρ_A) est versé, il est observé une dénivellation $h = (h_A - h_B)$ entre les deux liquides. Les deux surfaces libres étant à la pression atmosphérique. D'après le principe de Pascal, il est possible d'écrire les équations suivantes :



$$\left. \begin{array}{l} p_D = p_{atm} + \rho_B g (h_B - h_D) \\ p_C = p_{atm} + \rho_A g (h_A - h_C) \end{array} \right\} \implies p_{atm} + \rho_B g (h_B - h_D) = p_{atm} + \rho_A g (h_A - h_C)$$

et puisque $h_D = h_C$ (même plan horizontal d'un même fluide) $\implies \rho_B g (h_B - h_C) = \rho_A g (h_A - h_C)$

$$\rho_A = \rho_B \frac{(h_B - h_C)}{(h_A - h_C)}$$

La simple mesure des hauteurs des deux fluides permet de déterminer la masse volumique d'un fluide. De même ce concept est utilisé pour la mesure des pressions avec les manomètres à colonne de liquide ou manomètre différentiel.