**UNIVERSITE FERHAT ABBESS ,SETIF 1**

**INSTITU D'ARCHITECTEURE ET DES SCIENCES DE LA TEERE**

**DEPARTEMENT DE**

**GEOGRAPHIE ET AMENAGEMENT DE LA TERRITOIRE**

# MODULE MATHEMATIQUES 2

N.MOUSSAOUI

*2020/2021*

# Chapitre 1

# Introduction

## 1.1 Définition et vocabulaire :

### 1.1.1 La statistique :

Est un ensemble des méthodes scientifiques basée sur le recueil, l'organisation, la représentation des donnée ainsi que sur la modélisation et la contraction de résumés numériques.
Il existe deux approches :

**I) La statistique descriptive :**

Lorsque décrit et analyse des données observées et qu'on tire des conclusions valables uniquement pour l'ensemble étudié.

**II) La statistique inférentielle :**

Utilisé les données et résultat d'un sous ensemble pour en déduire les caractéristiques de l'ensemble global.

- **Domaine d'application :** Agronomie, biologie, démographie, médecine, gestion, politique,...

### 1.1.2 Population :

C'est ensemble sur lequel on effectue une analyse statistique, on le note généralement "$\Omega$".

- $Card\,(\Omega) = N$ désigne l'effectif total (le nombre d'éléments de $\Omega$)
- La population peut être un groupe de personnes, d'objets, d'animaux.

### 1.1.3 Échantillon :

Il désigne un sous ensemble d'une population $\Omega$.

### 1.1.4 Unités statistique où individu :

Est un élément constitutif d'une population où d'un échantillon.

### 1.1.5 Caractère (variable statistique) :

Caractéristique de l'individu à laquelle l'analyse s'intéresse d'usage.

**Exemple 1** *Taille, température, nationalité, couleurs de yeux, catégorie socioprofessionnelle,...*

### 1.1.6 Modalités :

Les modalités d'une variable statistique sont les différentes valeurs que peut prendre celle-ci.

**Exemple 2** *Variable statistique "Situation familiale"*

4 modalités sont : "Célibataire", "marie", "divorcé", "veuf".

### 1.1.7 Effectif d'une modalité :

Ou encore sa fréquence absolue : C'est le nombre d'individus $n_i$ ayant choisi la modalité $x_i$, où bien sûr

$$\sum_{i=1}^{m} n_i = N$$

**Exemple 3** $N = 40$

$$\begin{array}{lll} n_1 = 12, & n_2 = 11, & n_3 = 17 \\ x_1 \rightarrow Mobilis, & x_2 \rightarrow Ooredoo, & x_3 \rightarrow Djezzy \end{array}$$

### 1.1.8 Série statistique :

Les couples $(x_i, n_i)$ $\quad i = 1.....k$ forment une suite qu'on appelle "Série statistique".

### 1.1.9 Fréquence relative :

La fréquence relative correspondante à la modalité $x_i$ et qu'on note $f_i$ est définie par

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

Où bien sûr

$$\sum_{i=1}^{m} f_i = 1$$

## 1.2 Type des caractères :

Nous distinguons 2 catégories de caractère : Les caractères qualitatifs et les caractères quantitatifs.

### 1.2.1 Caractère qualitatif :

Un caractère est dit qualitatif quand ses différentes modalités ne peuvent être désignée que par leurs **noms où qualité**.

- **Qualitatif nominal** (L'ordre n'est pas important).
- **Qualitatif ordinal (**L'ordre important).

### 1.2.2 Caractère quantitatif :

Un caractère est dit quantitatif quand ses déférentes modalités sont mesurables par des nombres qui en indiquent l'intensité. On distingue 2 catégories.

- **Les caractères quantitatif discret (**discontinue): Si l'ensemble est fini où dénombrable ce sont des valeurs discrète.
- **Les caractères quantitatif continu** : S'il peut prendre n'importe quelle valeurs dans un intervalle donné de nombre réels ou regroupe les observations en $k$ classes.

$$[e_0, e_1[\,,\ [e_1, e_2[\,, ..., [e_{k-1}, e_k[\,.$$

# Chapitre 2

# Etude d'une variable statistique discrète :

Le caractère statistique peut prendre un nombre fini raisonnable de valeurs (note, nombre d'enfant, nombre de pièce,...) Dans ce cas, le caractère statistique étudié est alors appelé " Un caractère discret".

Dans toute la suite du chapitre, nous considérons la situation suivante :

$$X : \Omega \to \{x_1, x_2, ...x_n\}$$

Avec card$(\Omega) = N$ est le nombre d'individu dans notre étude.

Nous allons utiliser souvent l'exemple ci-dessous pour illustrer les énoncés de ce chapitre.

**Exemple 4** *Une enquête réalisée dans un village porte sur le nombre d'enfants à charge par famille. On note $X$ le nombre d'enfant les résultats sont donnée par ce tableau :*

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ *l'effectif* | 18 | 32 | 66 | 41 | 32 | 9 | 2 |

*Nous avons :*

$\Omega$ : *Ensemble des familles.*

$\omega$ : *Une famille.*

$X$ : *nombre d'enfant par famille .* $X : \omega \to X(\omega)$ .

## 2.1 Effectif :

**Définition 1 (effectif)** : *Nombre d'individu.*

### 2.1.1 Effectif partiel :(Fréquence absolue) :

pour chaque valeur $x_i$ on pose par définition. $n_i = card\{\omega \in \Omega : X(\omega) = x_i\}$

**Exemple 5** *Dans l'exemple précédent ; 66 est le nombre de famille qui ont 2 enfants.*

### 2.1.2 Effectif cumulé :

**Définition 2** *Pour chaque valeur* $x_i$, *on pose par définition :* $N_i = n_1 + n_2 + ...n_i$ *l'effectif cumulé* $N_i$ *d'une valeur est la somme de l'effectif de cette valeur et de tous les effectifs des valeurs précédente c-à-d*

$$N_i = \sum_{j=1}^{j=i} n_j$$

**Exemple 6** *Dans l'exemple précédente :* 50 *est nombre de famille qui ont un nombre d'enfant inférieur à 1 nous regardons dans le tableau suivant :*

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_i$ | 18 | 50 | 116 | 157 | 189 | 198 | 200 |

$N = card\{\Omega\} = \sum_{i=1}^{n} n_i.$

## 2.2 Fréquence partielle / Fréquence cumulée :

Typiquement les effectifs $n_i$ sont grand et il est intéressant de calculer des grandes permettant de résumer la série.

### 2.2.1 Fréquence partielle :(relative)

**Définition 3** *Pour chaque valeur $x_i$, on a :* $f_i = \dfrac{n_i}{N}$
*$f_i$ S'appelle la fréquence partielle de $x_i$ est égale le rapport de l'effectif de cette valeurs par l'effectif Total.*

**Remarque 1** *On peut remplacer $f_i$ par $f_i \times 100$ qui représente alors un pourcentage.*

| | |
|---|---|
| $x_i$ | 2 |
| $n_i$ | 66 |
| $f_i = \dfrac{n_i}{N}$ | $\dfrac{66}{200} = 0.33$ |

*Dans cet exemple il y a* 0.33 : **33**% *de famille dont le nombre d'enfants* 2.

### 2.2.2 Fréquence cumulée :

**Définition 4** *Pour chaque $x_i$, on a :* $F_i = f_1 + f_2 + ....f_i$. *C-à-d*

$$F_i = \sum_{j=1}^{j=i} f_j$$

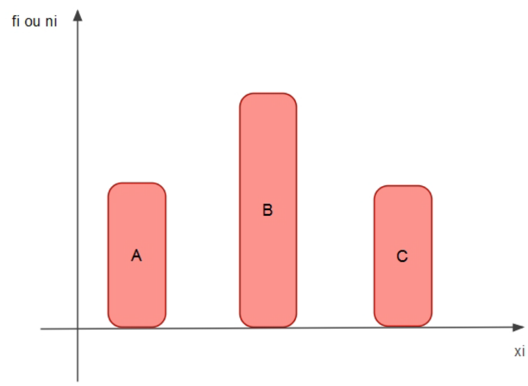
## 2.3 Représentation graphique des séries statistique :

On distingue les méthodes de représentation d'une variable statistique en fonction de la nature de cette variable (qualitative ou quantitative). Les représentation recommandées et les plus fréquentes sont les tableaux et les diagrammes (graphe).

### 2.3.1 Distribution à caractère qualitatif :

A partir de l'observation d'une variable qualitative, 2 diagrammes permettent de représenter cette variable : le diagramme en bandes dit (Tuyaux d'orgue) et le diagramme à secteur angulaires dit (Camembert).

**1) Tuyaux d'orgue**




Tuyaux d'orgues

**2) Diagramme par secteur**

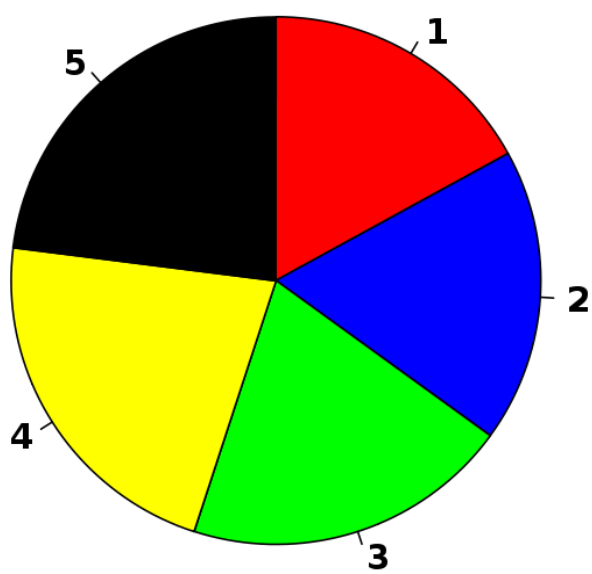



Diagramme par secteur

– Le dégrée d'un secteur est déterminer comme suit :

$$d_i = \frac{n_i}{N} \times 360$$

– Semi circulaire :

$$\theta_i = \frac{n_i}{N} \times 180$$

### 2.3.2 Distribution à caractère quantitatif discret :

A partir de l'observation d'une variable quantitatif discret, 2 diagrammes permettent de représenter cette variable : le diagramme en bâtons et le diagramme cumulatif.

**1) Tuyaux à bâtons :**

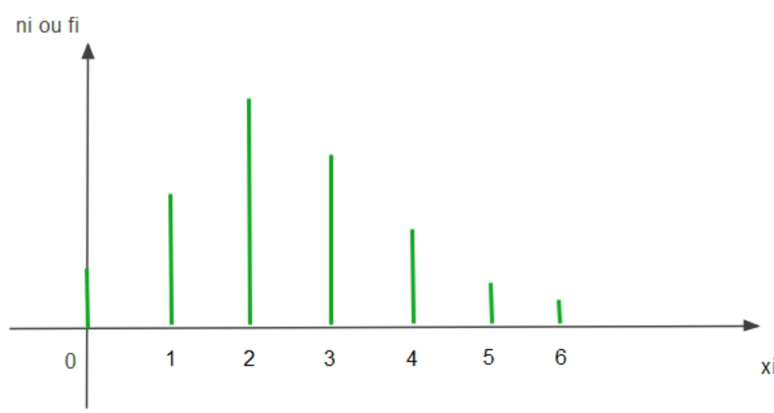
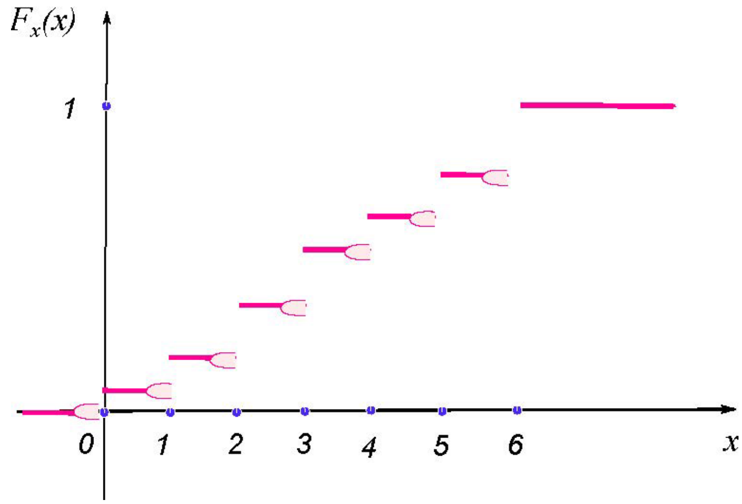



Diagramme à bâtons

**2) Courbe cumulatif**



Représentation d'une variable quantitative discrète par la courbe cumulative

**Remarque 2** *La fréquence cumulé $F_i$ est une fonction de $x_i$ elle est appelée fonction des fréquences cumules ou fonction de répartition.*

$$\begin{aligned} F(x): &\quad \mathbb{R} \rightarrow [0,1] \\ x \rightarrow &\quad F(x_i) = F_i \end{aligned}$$

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & x < x_j \\ F_i = f_1 + f_2 + ....f_i & x_j < x < x_{j+1} \\ 1 & x > x_{j+1} \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < x_1 \\ F_1 & si \quad x_1 \leq x < x_2 \\ F_i & si \quad x_i \leq x < x_{i+1} \\ 1 & si \quad x > x_n \end{cases}$$

*En terme d'effectif :*

$$\begin{aligned} N(x): &\quad \mathbb{R} \rightarrow [0,1] \\ x \rightarrow &\quad N(x_i) = N_i \end{aligned}$$

$$N_x(x) = \begin{cases} 0 & x < x_j \\ N_i = n_1 + n_2 + ....n_i & x_j < x < x_{j+1} \\ 1 & x > x_{j+1} \end{cases}$$

## 2.4 Paramètre de position (Caractéristique de tendance centrale) :

Les indicateurs statistique de tendance centrale (dit aussi de position) considérés fréquemment sont : la moyenne, la médiane et le mode.

### 2.4.1 Le mode :

Le mode d'une variable statistique est la valeure qui a le plus grand effectif partiel (ou la plus grand fréquence partielle) et il est dénote par $Mo$.

**Exemple 7** *Dans l'exemple précédent, le mode est égale à* 2 *qui correspondant au plus grand effectif* 66.

**Remarque 3** *On peut avoir plus d'un mode.*

### 2.4.2 La médiane :

On appelle médiane la valeur $Me$ de la variable statistique qui vérifie la relation suivante :

$$F_x\left(Me^-\right) < 0.5 \leqslant F_x\left(Me^+\right)$$

La médiane partage la série statistique en 2 groupes de même effectif.

### 2.4.3 La moyenne :

On appelle moyenne de $\bar{X}$, la quantité

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i x_i = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i$$

avec $N = card\,(\Omega)$ .on peut donc exprimer et calculer la moyenne dite "**Arithmétique**" avec des effectifs où avec fréquences.

**2) La moyenne Géométrique** :

$$G = \left(\prod_{i=1}^{k} (x_i)^{n_i}\right)^{\frac{1}{N}} = \prod_{i=1}^{k} (x_i)^{f_i}\,.$$

**3) La moyenne Harmonique :**

$$H = \frac{N}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{n_i}{x_i}}$$

**4) La moyenne Quadratique :**

$$Q = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{K} f_i x_i^2}$$

## 2.5 Paramètre de dispersion (variabilité):

Les indicateurs statistiques de dispersion usuels sont l'étendue, la variance et l'écart type.

### 2.5.1 L'étendue :

La différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur du caractère, donnée par la quantité.

$$e = x_{\max} - x_{\min}$$

S'appelle l'étendue de la variable statistique. Le calcul de l'étendue est très simple. Il donne une première idée de la dispersion des observations c'est un indicateur très rudimentaire et il existe des indicateurs de dispersion plus élaborés (voir-ci-dessous).

### 2.5.2 La variance :

On appelle variance de cette série statistique $X$ le nombre

$$Var\left(X\right) = \sum_{i=1}^{n} f_i \left(\bar{X} - x_i\right)^2.$$

On dit que la variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne $\bar{x}$. "Les écarts à la moyenne " sont les $\left(\bar{X} - x_i\right)$, les "carrés des écarts à la moyenne " sont donc les $\left(\bar{X} - x_i\right)^2$.

**Théorème 1** *Soit* $(x_i, n_i)$ *une série statistique de moyenne* $\bar{X}$ *et de variance* $Var(X)$. *Alors,*

$$Var\left(X\right) = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2 - \bar{X}^2.$$

### 2.5.3 L'écart type :

La quantité

$$\sigma_x = \sqrt{Var\,(X)}.$$

S'appelle l'écart type de variable statistique.