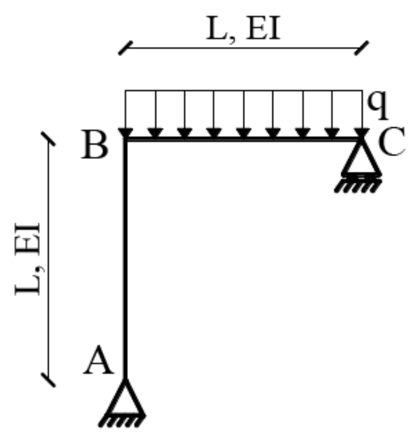
Exercice 01

Déterminer, les efforts internes (M, T, N) et tracer leurs diagrammes.



Solution 01

Les réactions d'appuis

D'après le principe fondamental de la statique on a :

$H_A = 0$ et $R_A = RC = qL/2$

Les efforts internes

Barre AB pour $x \in [0, L]$

L'effort normal : $N(x) = -qL/2$

L'effort tranchant : $T(x) = 0$

Le moment fléchissant : $M(x) = 0$

Barre BC pour $x \in [0, L]$

L'effort normal : $N(x) = 0$

L'effort tranchant : $T(x) = -qx + qL/2$

Le moment fléchissant : $M(x) = q(L - x)x/2$

Traçage des diagrammes

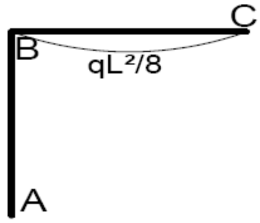


Diagramme de M

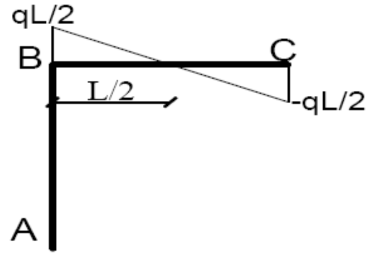


Diagramme de V

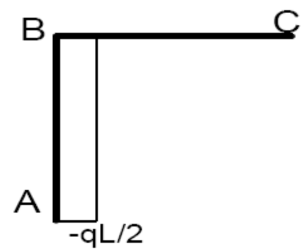
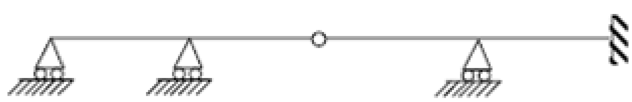


Diagramme de N

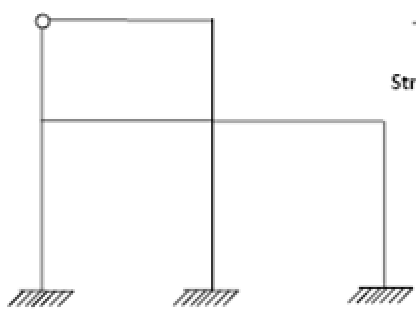
Exercice 02

Calculer les degrés d’hyperstaticité des structures suivantes :

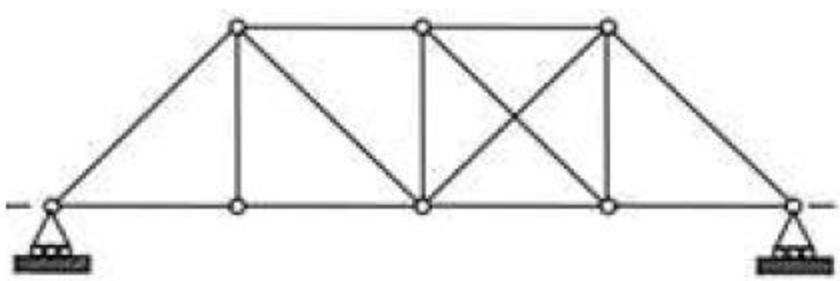


Structure 1 : k = ...

Structure 2 : k = ...



Structure 3 : k = ...



Structure 4 : k = ...

Solution 02

D'une manière générale, le degré d'hyperstaticité **k** d'un système plan est donné par :

$$k = (r + 3n_{cf}) - (n + q)$$

Où

r : nombre des réactions d'appuis ;

n_{cf} : le nombre de cadres fermés ;

n : nombre d'équations de la statique (en plan n=3 et en espace n=6);

q : nombre d'équations supplémentaires.

Pour les treillis, le degré d'hyperstaticité est donné par :

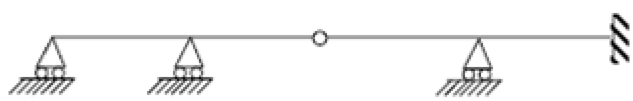
$$k = b + r - 2n'$$

Où :

b : le nombre de barres ;

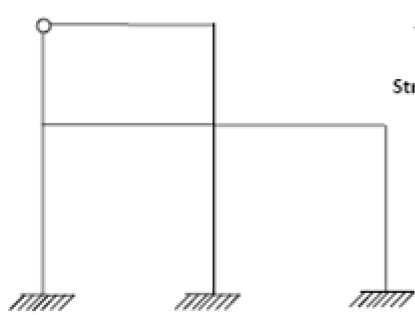
r : le nombre de réactions d'appuis;

n' : le nombre de nœuds.

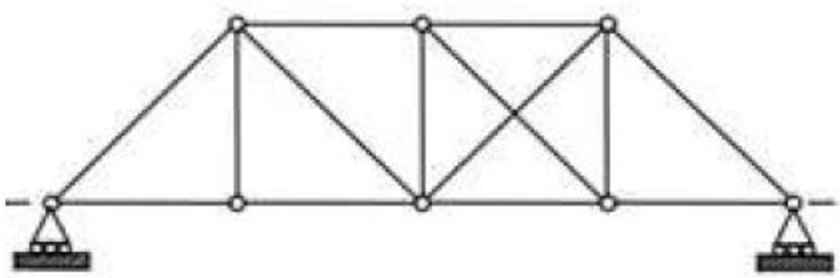


Structure 1 : k = (6 + 3x0) - (3 + 1) = 2

Structure 2 : k = (5 + 3x0) - (3 + 0) = 2



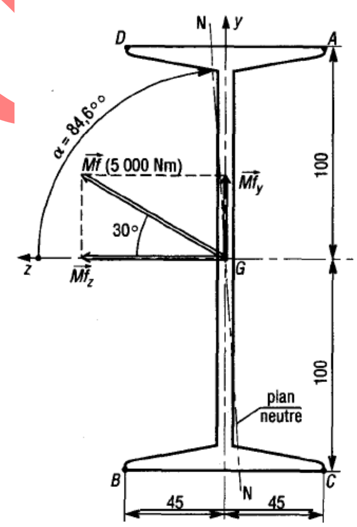
Structure 3 : k = (9 + 3x1) - (3 + 1) = 8



Structure 4 : k = 14 + 2 - (2 x 8) = 0

Exercice 03

Un profilé IPN de 200 supporte un moment fléchissant M, de 5000 Nm, dont la direction est inclinée de 30 par rapport à l'axe z. Déterminer les contraintes en A, B, C et D et les contraintes maximales dans la section.



Les dimensions et les caractéristiques du profilé sont :

$I_y = 117\ cm^4$

$I_z = 2140\ cm^4$

Les Coordonnées des points A, B, C et D dans le système d'axe (G, y, z) :

$y_A = 100$; $z_A = -45$; $y_B=-100$; $z_B=45$; $y_C = -100$; $z_C = -45$; $y_D =100$; $z_D =45$mm.

Solution 03

Composantes du moment fléchissant G sur les axes (y, z) :

$M_{fz} = M_f \cos\theta = 5\,000\ \cos 30\ = 4\,330$ Nm.

$M_{fy} = M_f \sin\theta = 5\,000\ \sin 30\ = 2\,500$ Nm.

Contrainte au point A :

$$\sigma_A = \frac{M_{f_y}}{I_y} z_A - \frac{M_{f_z}}{I_z} y_A = \frac{2500\ 10^3}{117\ 10^4} z_A - \frac{4330\ 10^3}{2140\ 10^4} y_A$$

$$= 2{,}1367\ z_A - 0{,}2023\ y_A = 2{,}1367\ (-45) - 0{,}2023\ (100) = -\ 96{,}15 - 20{,}23 = -\ 116{,}38\ \text{MPa}$$

Contraintes en B, C et D : même raisonnement qu'en A.

$\sigma_B = 2{,}1367\, z_B - 0{,}2023\, y_B = 2{,}1367 \times (45) - 0{,}2023 \times (-100) = 116{,}38$ MPa

$\sigma_C = 2{,}1367\, z_C - 0{,}2023\, y_C = 2{,}1367 \times (-45) - 0{,}2023 \times (-100) = -75{,}91$ MPa

$\sigma_D = 2{,}1367\, z_D - 0{,}2023\, y_D = 2{,}1367 \times (45) - 0{,}2023 \times (100) = 75{,}91$ MPa

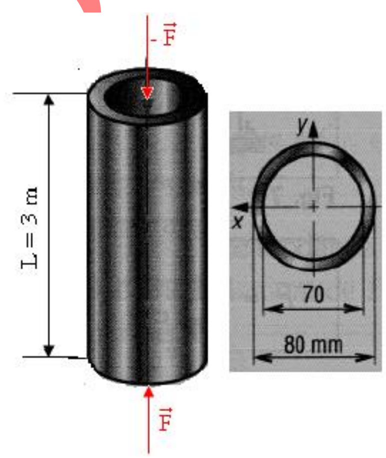
Plan neutre NN :

$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{I_z}{I_y}\text{ tg } \theta\right) = \text{arctg}\left(\frac{2140}{117}\text{ tg } 30°\right) = 84{,}60°$

Remarques : les contraintes à droite du plan neutre NN sont toutes des contraintes de compression (contraintes négatives) ; $\sigma_A = -116{,}38$ MPa est la contrainte de compression maximale. Les contraintes à gauche du plan neutre sont toutes des contraintes de traction (contraintes positives) ; $\sigma_B = 116{,}38$ MPa est la contrainte de traction maximale.

Exercice 04

Déterminer la charge et la contrainte critique d'un tube en acier (E = 200 GPa) ; σ_e = 240 MPa ; L = 3 m) supposée articulée à ses deux extrémités.



Solution 04

$I_y = I_z = \frac{\pi}{64}(80^4 - 70^4) = 832\,031 \text{ mm}^4$

L'aire de la section du tube $S = \frac{\pi}{4}(80^2 - 70^2) = 1178 \text{ mm}^2$

$i = \sqrt{\frac{I}{S}} = \sqrt{\frac{832031}{1178}} = 26{,}57\text{mm}$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times 200000 \times 832031}{3000^2} = 182485 \text{ N}$

$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \times 200000 \times 26{,}57^2}{3000^2} = 154{,}9 \text{ MPa}$

$\lambda = \frac{L}{i}. \frac{3000}{26{,}5} \approx 113$