

Université Ferhat Abbas, Sétif 1

1^{ère} Année Aménagement

Mathématique II 2020/2021

Série d'exercices 01

Exercice 01 :

Donner pour chaque caractère les modalités correspondantes :
Sexe, Etat civil, Marque de voiture, Race, Niveau de la scolarité, Taille, Poids, Le groupe sanguin.

Exercice 02 :

Déterminer le type des variables statistiques suivants :
Couleur de maisons d'un quartier, revenu brut , nombre de maisons vendues par ville, distance, taille, lieu de résidence, nombre de langues parlées , couleur des yeux , situation familiale, sexe, age, poids.

Exercice 03 :

Le tableau suivant donne la répartition selon le groupe sanguin de 40 individus pris au hasard dans une population,

Groupe sanguins	A	B	AB	O
L'effectif	20	10	n_3	5

1. Déterminer la variable statistique et son type.
2. Déterminer l'effectif des personnes ayant un groupe sanguin AB.
3. Donner toutes les représentations graphiques possibles de cette distribution.

Solution de la série

Solution d'exercice 01 :

Le caractère	Modalités
Sexe	Masculin, féminin.
Etat civil	Célibataire, mariée, divorcé, veuf.
Marque de voiture	Raunault, peugot, audi,....
Race	Blanc, noir, asiatique.
Niveau de la scolarité	Primaire, moyenne, secondaire, universitaire.
Taille	Long, moyen, court. Ou bien 1.65,1.80,...
Poids	Léger, lourd, maigre. Ou bien 80kg,65kg,...
Le groupe sanguin	A, B, AB, O.
Couleurs	Bleu, vert, rouge,

Solution d'exercice 02 :

1. La variable statistique "Couleur de maison d'un quartier" est une variable statistique Qualitative nominale.
2. La variable statistique "Revenu brut" est une variable statistique Quantitative continue.
3. La variable statistique "Nombre de maison vendues par ville" est une variable statistique Quantitative discrète.
4. La variable statistique "Distance" est une variable statistique Quantitative continue.
5. La variable statistique "Taille" est une variable statistique Quantitative continue.
6. La variable statistique "Lieu de résidence" est une variable statistique Qualitative nominale.
7. La variable statistique " Nombre de langues parlées" est une variable statistique Quantitative discrète.
8. La variable statistique "Couleur des yeux" est une variable statistique Qualitative nominale.
9. La variable statistique "sexe" est une variable statistique Quantitative binaire.

10. La variable statistique "age" est une variable statistique Quantitative discrète.
11. La variable statistique "poids" est une variable statistique Quantitative continue.

Solution d'exercice 03 :

1. La population dans cette étude est les 40 personnes.

La variable statistique est le groupe sanguin des individus et elle est qualitative nominale.

2. L'effectif total est égale à 40, par conséquent

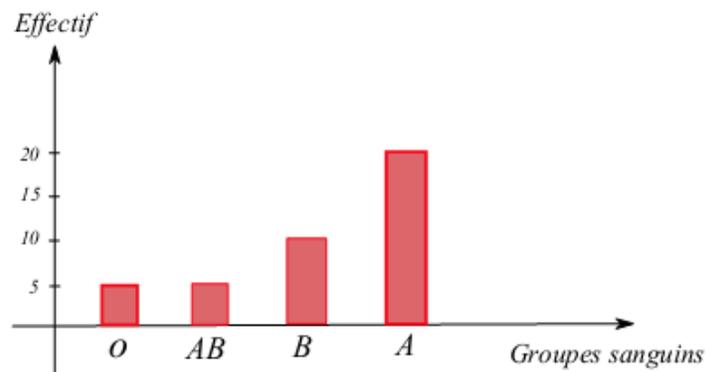
$$N = 40 = \sum_{i=1}^m n_i.$$

Alors :

$$20 + 10 + n_3 + 5 = 40.$$

Ce qui implique que $n_3 = 5$.

3. Nous avons deux représentations possibles "Tyaux d'orgue" et "Diagramme en secteur".



Tyaux d'orgue

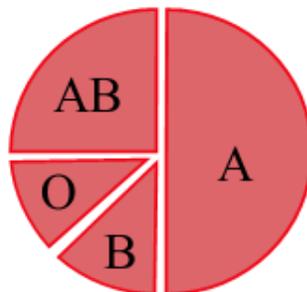


Diagramme en secteur

Université Ferhat Abbas, Sétif 1

1^{ère} Année Aménagement

Mathématique II 2020/2021

Série d'exercices 02

Exercice 01 :

La mention obtenue par 40 étudiants au hasard dans l'examen de statistiques est consignée comme suit :

bien	faible	passable	faible	passable	excellent	passable	faible
t. bien	passable	bien	passable	t. bien	passable	faible	bien
t. faible	excellent	passable	faible	passable	faible	bien	excellent
passable	bien	t. bien	passable	bien	t. faible	passable	bien
bien	t. faible	passable	passable	passable	bien	t. bien	faible

- **Question :** Répartir la mention dans une distribution de fréquences assez simple.

Exercice 02 :

Pour déterminer le type de logement (F2, F3, ...) à construire, on étudie 20 familles selon leur nombre d'enfants. Durant l'expérience, on note les résultats suivants :

1 3 5 5 3 2 4 4 7 0 2 4 3 7 0 5 4 2 3 2

- Déterminer, la population, l'unité (individu), la variable statistique et les modalités.
- Déterminer le tableau statistique avec x_i , n_i , f_i et F_i .

Modalité	0	1	2	3	4	5	6	7	Σ
n_i									
N_i									
f_i									
F_i									

Exercice 03 :

On a coupé le nombre d'œufs sur chacun des 150 nids. Le tableau suivant est un résumé des résultats obtenus :

Nombre d'œufs	0	1	2	3	4	5	6	Total
FA	11	22	45	40	19	11	2	
FR								
FAC								
FRC								

F=fréquence, A=absolue, R=relative, C=cumulée.

1. Préciser la population, le caractère, La nature du caractère, les modalités.
2. Compléter le tableau.
3. Calculer le mode, la médiane et la moyenne de cette série.

Exercice 04 :

Dans une petite localité, on a relevé le nombre de pièces par appartement :

Nombre de pièce	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'appartements	48	72	96	64	39	25	3

Le "nombre de pièces par appartement" est à considérer comme une variable aléatoire discrète à valeurs entières. (A l'interprétation, il faudra préciser que les "demi pièces" ne sont pas comptabilisées).

1. Déterminer le tableau statistique.
2. Tracer le diagramme des bâtonnés et la courbe des fréquences cumulées associés à la variable statistique.
3. Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série.
4. Déterminer la médiane.

Exercice 05 :

Le gérant d'un magasin vendant des articles de consommation courante a relevé pour un article particulier qui semble connaître une très forte popularité, le nombre d'articles vendus par jour. Son relevé a porté sur les ventes des mois de Mars et Avril, ce qui correspond à 52 jours de vente. Le relevé des observations se présente comme suit :

7	13	8	10	9	12	10	8	9	10	6	14	7	15	9	11	12	11	12	5	14
8	10	14	12	8	5	7	13	12	16	11	9	11	11	12	12	15	14	5	14	9
14	13	11	10	11	12	9	15													

1. Quel type est la variable statistique étudiée.
2. Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des effectifs cumulés et des fréquences cumulés.
3. Tracer le diagramme des bâtonnés associé à la variable X .
4. Soit F_x la fonction de répartition. Déterminer F_x .
5. Calculer le mode Mo et la moyenne arithmétique \bar{x} .
6. Déterminer à partir du tableau puis à partir du graphe, la valeur de la médiane Me .
7. Calculer la variance et l'écart-type.

Solution de la série

Solution d'exercice 01 :

On a : $N = 40$

Modalité	Excellent	T. Bien	Bien	Passable	Faible	T. Faible
n_i	3	4	9	14	7	3
$f_i = \frac{n_i}{N}$	$\frac{3}{40} = 0.075$	$\frac{4}{40} = 0.1$	$\frac{9}{40} = 0.225$	$\frac{14}{40} = 0.35$	$\frac{7}{40} = 0.175$	$\frac{3}{40} = 0.075$
Pourcentage	7.5%	10%	22.5%	35%	17.5%	7.5%

Solution d'exercice02 :

- **La population** : 20 familles, l'**unité** : une famille,
- **La variable statistique** : le nombre d'enfants.
- **Les modalités** : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Le tableau statistique :

Modalité	0	1	2	3	4	5	6	7	La somme Σ
n_i	2	1	4	4	4	3	0	2	20
N_i	2	3	7	11	15	18	18	20	—
$f_i = \frac{n_i}{N}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{0}{20}$	$\frac{2}{20}$	1
$F_i = \frac{N_i}{N}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{20}{20}$	—
Pourcentage $f_i \times 100$	10%	5%	20%	20%	20%	15%	0%	10%	100%

Solution d'exercice03 :

1. **La population** : 150 nids.

Le caractère : le nombre d'œufs.

La nature de caractère : variable statistique quantitative discrète.

Les modalités : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

2 **Le tableau statistique** :

Modalité x_i	0	1	2	3	4	5	6	Σ
$FA = n_i$	11	22	45	40	19	11	2	150
$FR = f_i = \frac{n_i}{N}$	$\frac{11}{150}$	$\frac{22}{150}$	$\frac{45}{150}$	$\frac{40}{150}$	$\frac{19}{150}$	$\frac{11}{150}$	$\frac{2}{150}$	1
$FAC = N_i$	11	33	78	118	137	148	150	—
$FRC = F_i$	$\frac{11}{150}$	$\frac{33}{150}$	$\frac{78}{150}$	$\frac{118}{150}$	$\frac{137}{150}$	$\frac{148}{150}$	$\frac{150}{150}$	—

3 **Le calcul**

• **Le mode** :

Le mode est la valeur de la variable qui a le plus grand effectif, c'est à dire, $n_i = 45$ qui correspond à la valeur $x_i = 2$, donc

$$\boxed{Mo = 2}$$

• **La médiane** :

$$F_x(Me^-) < 0.5 \leq F_x(Me^+) = F_x(Me)$$

D'après le tableau statistique : $F_x = 0.5$ correspondant à la valeur 2 donc :

$$F_x(2^-) < 0.5 \leq F_x(2^+) = F_x(2)$$

$$\boxed{Me = 2}$$

• **La moyenne**:

1) **Moyenne Arithmétique** :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i x_i = \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

$$= \left(\left(\frac{11}{150} \times 0 \right) + \left(\frac{22}{150} \times 1 \right) + \left(\frac{45}{150} \times 2 \right) + \left(\frac{40}{150} \times 3 \right) + \left(\frac{19}{150} \times 4 \right) + \left(\frac{11}{150} \times 5 \right) + \left(\frac{2}{150} \times 6 \right) \right)$$

$$\boxed{\bar{X} = 2.5}$$

2) Moyenne Géométrique :

$$G = \left(\prod_{i=1}^k (x_i)^{n_i} \right)^{\frac{1}{N}} = \prod_{i=1}^k (x_i)^{f_i} .$$

$$= ((0)^{11} \times (1)^{22} \times (2)^{45} \times (3)^{40} \times (4)^{19} \times (5)^{11} \times (6)^2)^{\frac{1}{150}}$$

$$\boxed{G = 0}$$

3) Moyenne Harmonique :

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{x_i}}$$

$$= \frac{150}{\frac{11}{0} + \frac{22}{1} + \frac{45}{2} + \frac{40}{3} + \frac{19}{4} + \frac{11}{5} + \frac{2}{6}}$$

$$\boxed{H = 2.30}$$

4) Moyenne Quadratique :

$$Q = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i x_i^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{150} ((11 \times 0^2) + (22 \times 1^2) + (45 \times 2^2) + (40 \times 3^2) + (19 \times 4^2) + (11 \times 5^2) + (2 \times 6^2))}$$

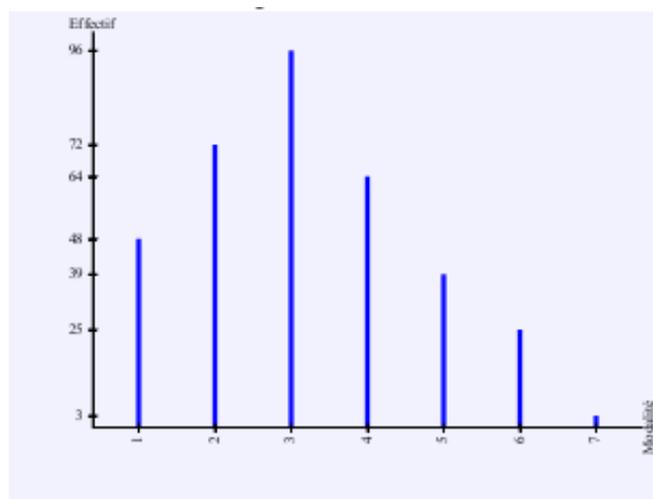
$$Q = 2.84$$

Solution d'exercice04 :

1. Le tableau statistique :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
n_i	48	72	96	64	39	25	3
f_i	$\frac{48}{347}$	$\frac{72}{347}$	$\frac{96}{347}$	$\frac{64}{347}$	$\frac{39}{347}$	$\frac{25}{347}$	$\frac{3}{347}$
N_i	48	120	216	280	319	344	347
F_i	$\frac{48}{347}$	$\frac{120}{347}$	$\frac{216}{347}$	$\frac{280}{347}$	$\frac{319}{347}$	$\frac{344}{347}$	$\frac{347}{347}$

2. Le diagramme à bâtons :

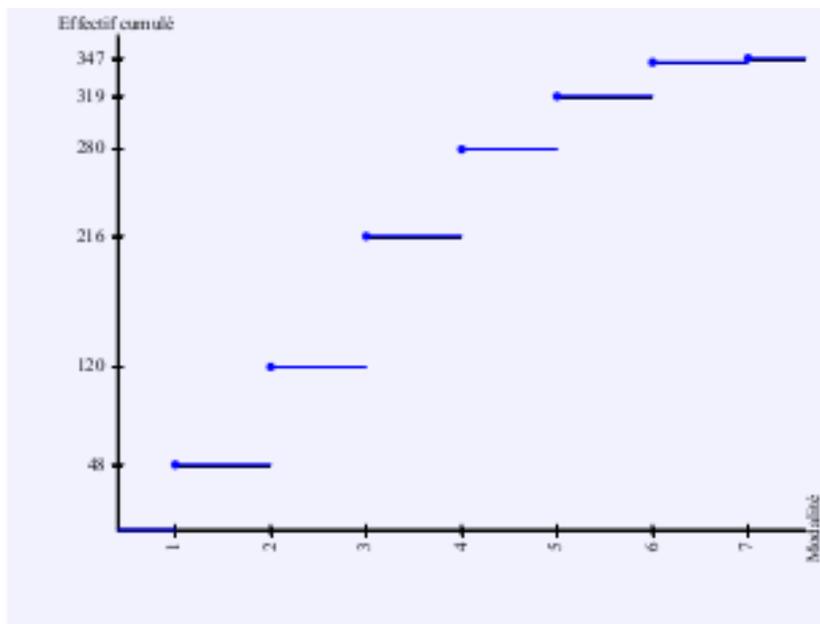


Le diagramme des bâtonnés associé à la V.S

- La fonction de répartition :

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \frac{48}{347} & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{120}{347} & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ \frac{216}{347} & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ \dots & \dots \\ 1 & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$$

2. La courbe des fréquences cumulées :



La courbe des fréquences cumulées associée à la V.S

3. La moyenne Arithmétique :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i x_i = \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

$$= \frac{1}{347} ((48 \times 1) + (72 \times 2) + (96 \times 3) + (64 \times 4) + (39 \times 5) + (25 \times 6) + (3 \times 7))$$

$$\boxed{\bar{X} = 3.175}$$

- **La variance:**

$$var(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^7 f_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$\boxed{var(X) = 2.150}$$

- **L'écart type :**

$$\sigma = \sqrt{var(X)}$$

$$\boxed{\sigma = 1.466}$$

4. La médiane :

$$F_x(Me^-) < 0.5 \leq F_x(Me^+) = F_x(Me)$$

$$\boxed{Me = 3}$$

Solution d'exercice05 :

1. **La population** est : $N = 52$ jours

Le variable statistique : le nombre d'article vendus par jour.

Le type de V.S : Variable statistique quantitatif discrète.

2. **Le tableau statistique :**

x_i	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ
n_i	3	1	3	4	7	5	8	8	3	6	3	1	52
f_i	$\frac{3}{52}$	$\frac{1}{52}$	$\frac{3}{52}$	$\frac{4}{52}$	$\frac{7}{52}$	$\frac{5}{52}$	$\frac{8}{52}$	$\frac{8}{52}$	$\frac{3}{52}$	$\frac{6}{52}$	$\frac{3}{52}$	$\frac{1}{52}$	1
N_i	3	4	7	11	18	23	31	39	42	48	51	52	—
F_i	$\frac{3}{52}$	$\frac{4}{52}$	$\frac{7}{52}$	$\frac{11}{52}$	$\frac{18}{52}$	$\frac{23}{52}$	$\frac{31}{52}$	$\frac{39}{52}$	$\frac{42}{52}$	$\frac{48}{52}$	$\frac{51}{52}$	$\frac{52}{52}$	—

3. Le diagramme à bâtons :

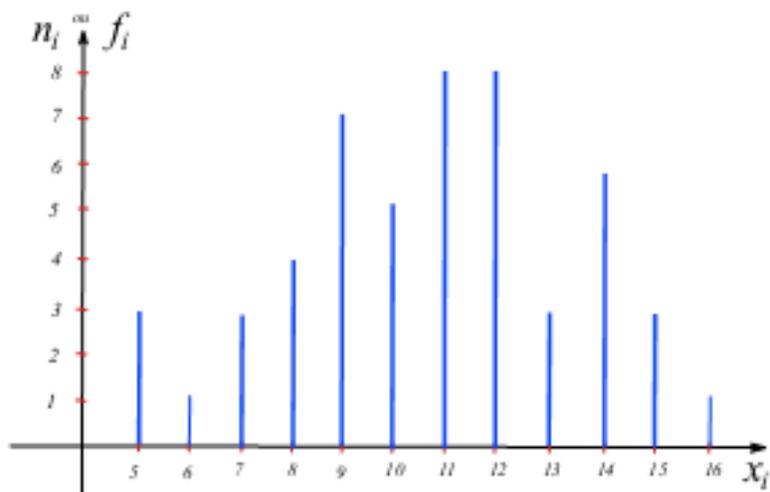


Diagramme à bâtons

4. La fonction de répartition :

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 5 \\ \frac{3}{52} & \text{si } 5 \leq x < 6 \\ \frac{4}{52} & \text{si } 6 \leq x < 7 \\ \frac{7}{52} & \text{si } 7 \leq x < 8 \\ \dots & \dots \\ 1 & \text{si } x \geq 16 \end{cases}$$

5. Le Mode : est la valeur de la variable qui a le plus grand effectif, c'est à dire, $n_i = 8$.

Donc

$$Mo = 11 \text{ et } Mo = 12$$

5. La moyenne Arithmétique :

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i x_i = \sum_{i=1}^n f_i x_i \\ &= \frac{1}{52} ((3 \times 5) + (1 \times 6) + (3 \times 7) + \dots + (1 \times 16)) \end{aligned}$$

$$\boxed{\bar{X} = 10.67}$$

6. La médiane : est la valeur de la variable qui divise la population de la série statistique en deux parties égales. Nous avons,

$$F_x(Me^-) < 0.5 \leq F_x(Me^+) = F_x(Me)$$

$$F_x(11^-) = \frac{23}{52} < 0.5 \leq F_x(11^+) = \frac{31}{52}$$

$$\boxed{Me = 11}$$

7. la variance :

$$var(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^7 f_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$\boxed{var(X) = 7.64}$$

• **L'écart type :**

$$\sigma = \sqrt{var(X)}$$

$$\boxed{\sigma = 2.76}$$