

**Université Ferhat Abbas, Sétif 1**

**1<sup>ère</sup> Année Aménagement**

**Mathématique II 2020/2021**

**Série d'exercices 03**

**Exercice 01 :**

La répartition de 40 exploitations agricoles selon leur superficie en hectares :

Surface en <i>ha</i>	[10 – 20[	[20 – 30[	[30 – 40[	[40 – 50[	[50 – 60[	[60 – 70[	[70 – 80[
Effectif ( $n_i$ )	10	5	18	3	1	2	1

1. Représenter graphiquement la série statistique.
2. Déterminer et interpréter les indicateurs suivants : Le mode, La médiane, La moyenne arithmétique.

**Exercice 02 :**

Dans une ferme, à une date déterminée, on a pesé les œufs qui ont été produits (les masses des œufs sont exprimées en grammes) :

Masse de l'œuf	[27.5; 37.5[	[37.5; 47.5[	[47.5; 52.5[	[52.5; 57.5[	[57.5; 62.5[	[62.5; 72.5[	[72.5; 82.5[
Nombre d'œufs	3	51	74	112	92	62	6

**Sont demandés :** histogramme des effectifs, effectifs cumulés, fonction de distribution des effectifs, classe modale, moyenne arithmétique, étendue, variance, écart-type.

**Exercice 03 :**

D'un échantillon d'étudiants de sexe masculin, on a mesuré la masse de chacun. Les masses ont été arrondies à l'entier. Les données ont été groupées en 7 classes :

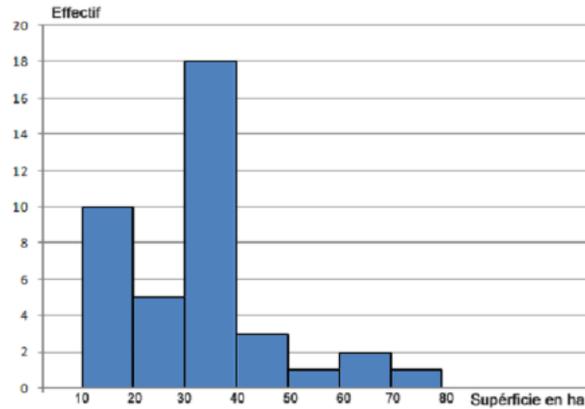
Masses en kg	[44.5, 54.5[	[54.5, 59.5[	[59.5, 64.5[	[64.5, 69.5[	[69.5, 74.5[	[74.5, 79.5[	[79.5, 84.5[
Nombre d'étudiants	5	14	33	47	26	13	2

**Sont demandés :** fréquences, histogramme des fréquences, fréquences cumulées, fonction de distribution des fréquences, classe modale, moyenne arithmétique, médiane, étendue, variance, écart-type, premier quartile, troisième quartile.

## Solution de la série

### Solution d'exercice 01 :

1. Graphique de la répartition de 40 exploitations agricoles selon leur superficie :



### 2. Tableau statistique :

$X_i$	Effectif( $n_i$ )	Fréquence $f_i$	Centre de classe( $C_i$ )	Effectif cumulé( $N_i$ )	Fréquence cumulé( $F_i$ )
[10 – 20[	10	0.25	15	10	0.25
[20 – 30[	5	0.125	25	15	0.375
[30 – 40[	18	0.45	35	33	0.825
[40 – 50[	3	0.075	45	36	0.9
[50 – 60[	1	0.025	55	37	0.925
[60 – 70[	2	0.05	65	39	0.975
[70 – 80[	1	0.025	75	40	1
Total	40	1	\	\	\

### 2. Indicateurs de la tendance centrale :

- a. **Le Mode** : la modalité qui a le plus d'effectif c'est la classe: [30 – 40[.

$$Mo = L_1 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}(L_2 - L_1)$$

Avec

$$L_1 = 30, L_2 = 40, d_1 = (18 - 5) = 13, d_2 = (18 - 3) = 15$$

Donc :

$$Mo = 30 + \frac{13}{13 + 15}(40 - 30)$$

$$Mo = 37,222.$$

**b. La Médiane :**

En se basant sur la colonne de la fréquence cumulé du nombre 0.5 correspond à la classe :  $[30 - 40[$ .

$$\Rightarrow \frac{Me - 30}{40 - 30} = \frac{0.5 - 0.375}{0.825 - 0.375} \Rightarrow (Me - 30)(0.825 - 0.375) = (40 - 30)(0.5 - 0.375)$$

$$Me = \frac{(40 - 30)(0.5 - 0.375)}{(0.825 - 0.375)} + 30 = \frac{50}{18}$$

$$Me = 32.77$$

**c. La Moyenne arithmétique ( $\bar{x}$ ) :**

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i C_i = \sum_{i=1}^n f_i C_i$$

$$= (15 \times 0.25) + (25 \times 0.125) + (35 \times 0.45) + (45 \times 0.075) + (55 \times 0.025) + (65 \times 0.05) + (75 \times 0.025)$$

$$\bar{x} = 32.5$$

**Solution d'exercice 02 :**

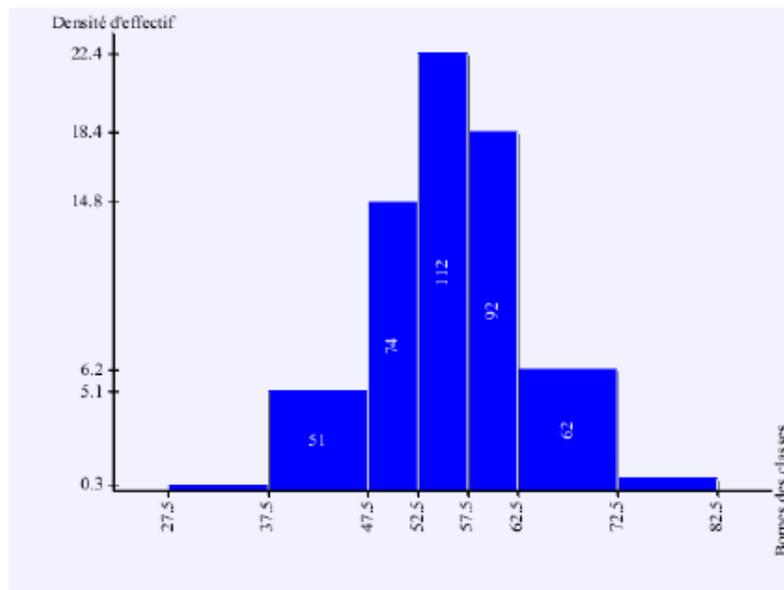
**1. le tableau statistique :**

$X$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$	$C_i$	$a_i$	$d_i$
$[27.5, 37.5[$	3	0.0075	3	0.0075	32.5	10	
$[37.5, 47.5[$	51	0.1275	54	0.135	42.5	10	
$[47.5, 52.5[$	74	0.185	128	0.32	50	5	
$[52.5, 57.5[$	112	0.28	240	0.6	55	5	
$[57.5, 62.5[$	92	0.23	332	0.83	60	5	
$[62.5, 72.5[$	62	0.155	394	0.985	67.5	10	
$[72.5, 82.5[$	6	0.015	400	1	77.5	10	
$\Sigma$	400	1	\	\	\	\	\

**2. Représentations graphiques :**

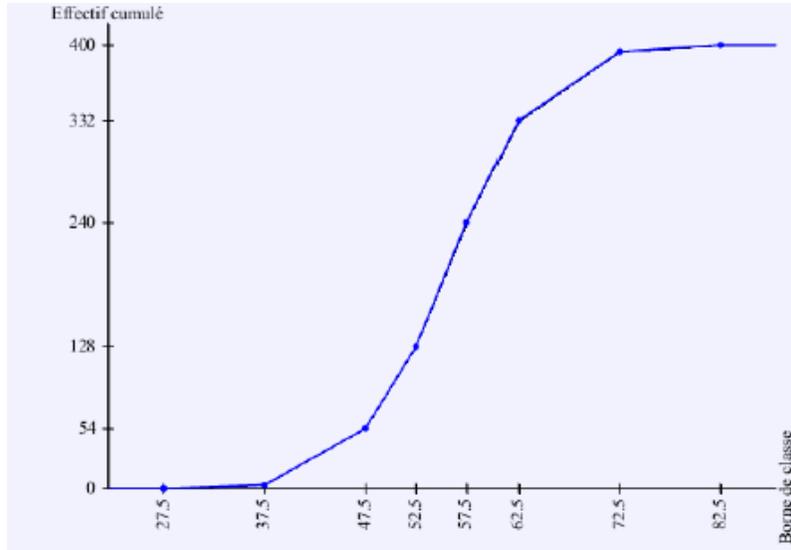
Densités d'effectifs :

Classe	Densité d'effectif
[27.5; 37.5[	0.3
[37.5; 47.5[	5.1
[47.5; 52.5[	14.8
[52.5; 57.5[	22.4
[57.5; 62.5[	18.4
[62.5; 72.5[	6.2
[72.5; 82.5[	0.6



Histogramme des effectifs

Borne de classe	Effectif cumulé
27.5	0
37.5	3
47.5	54
52.5	128
57.5	240
62.5	332
72.5	394
82.5	400



Fonction de distribution des effectifs

### 3. Mesures de tendance centrale

a. Classe modale :  $\{ [52.5; 57.5[ \}$

Classe	Centre de classe	Fréquence
$[27.5; 37.5[$	32.5	0.0075
$[37.5; 47.5[$	42.5	0.1275
$[47.5; 52.5[$	50	0.185
$[52.5; 57.5[$	55	0.28
$[57.5; 62.5[$	60	0.23
$[62.5; 72.5[$	67.5	0.155
$[72.5; 82.5[$	77.5	0.015

b. Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i C_i = \sum_{i=1}^n f_i C_i$$

$$= (32.5 \times 0.0075) + (42.5 \times 0.1275) + (50 \times 0.185) + (55 \times 0.28) + (60 \times 0.23) + (67.5 \times 0.155) + (77.5 \times 0.015)$$

$$\boxed{\bar{x} = 55.7375}$$

### 4. Mesures de dispersion

a. Étendue:

$$E = x_{\max} - x_{\min}$$

$$= 82.5 - 27.5$$

$$\boxed{E = 55}$$

b. Variance:

$$Var = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i (C_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^m f_i (C_i - \bar{x})^2.$$

$$= (0.0075(32.5 - 55.7375)^2 + 0.1275(42.5 - 55.7375)^2 + 0.185(50 - 55.7375)^2 + 0.28(55 - 55.7375)^2 + 0.23(60 - 55.7375)^2 + 0.155(67.5 - 55.7375)^2 + 0.015(77.5 - 55.7375)^2)$$

$$\boxed{Var = 65.3623437}$$

c. Écart-type :

$$\sigma = \sqrt{Var(x)}$$

$$= \sqrt{65.3623437}$$

$$\boxed{\sigma = 8.08469812}$$

Solution d'exercice 03 :

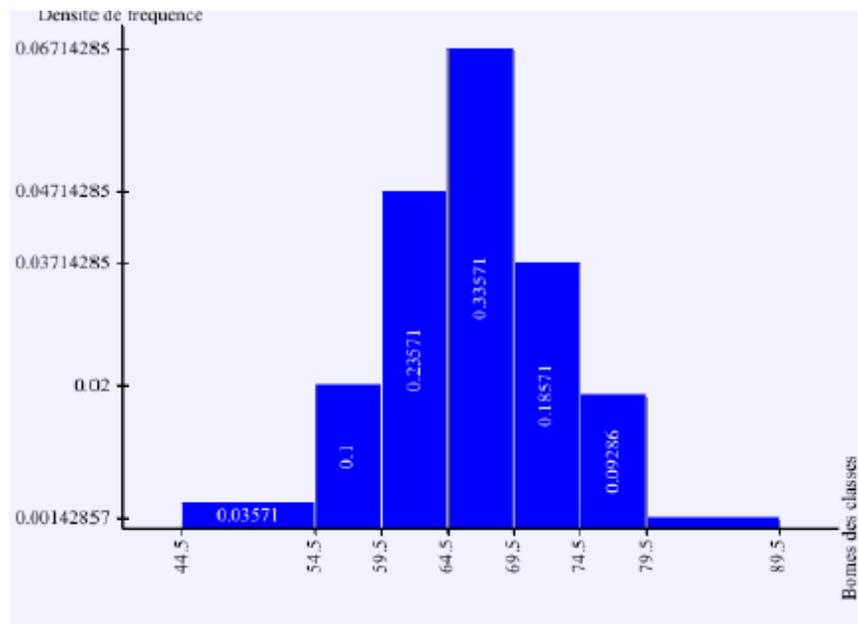
1. le tableau statistique :

$X$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$	$C_i$
$[44.5, 54.5[$	5	0.03571	5	0.03571	49.5
$[54.5, 59.5[$	14	0.1	19	0.13571	57
$[59.5, 64.5[$	33	0.23571	52	0.37143	62
$[64.5, 69.5[$	47	0.33571	99	0.70714	67
$[69.5, 74.5[$	26	0.18571	125	0.89286	72
$[74.5, 79.5[$	13	0.09286	138	0.98571	77
$[79.5, 89.5[$	2	0.01429	140	1	84.5
$\Sigma$	140	1	\	\	\

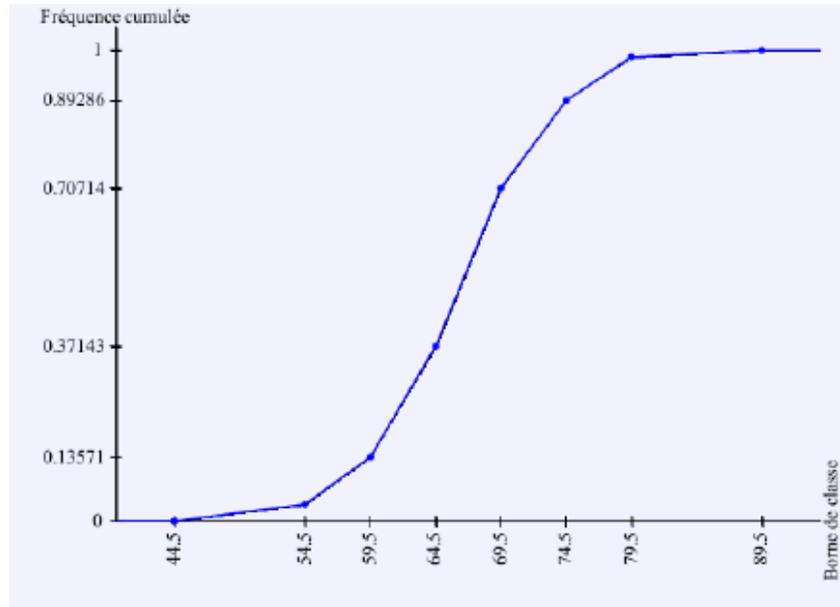
## 2. Représentations graphiques

Densités de fréquences :

Classes	Fréquence	Densité de fréquence
[44.5; 54.5[	0.03571	0.00357142
[54.5; 59.5[	0.1	0.02
[59.5; 64.5[	0.23571	0.04714285
[64.5; 69.5[	0.33571	0.06714285
[69.5; 74.5[	0.18571	0.03714285
[74.5; 79.5[	0.09286	0.01857142
[79.5; 89.5[	0.01429	0.00142857



Histogramme des fréquences



Fonction de distribution des fréquences

### 3. Mesures de tendance centrale

a. Classe modale : { [64.5; 69.5[ }

b. Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i C_i = \sum_{i=1}^n f_i C_i$$

$$= (0.03571 \times 49.5) + (0.1 \times 57) + (0.23571 \times 62) + (0.33571 \times 67) + (0.18571 \times 72) + (0.09286 \times 77) + (0.01429 \times 84.5)$$

$$\bar{x} = 66.3035714$$

Pour calculer la **médiane**, repérez dans le tableau des fréquences cumulées :

Borne de classe	Fréquence cumulée
64.5	0.37143
Médiane	0.5
69.5	0.70714

c. Médiane :

$$Me = 64.5 + \frac{(69.5 - 64.5)}{(0.70714 - 0.37143)} \times (0.5 - 0.37143)$$

$$Me = 66.4148936$$

#### 4. Mesures de dispersion

##### a. Étendue :

$$\begin{aligned} E &= x_{\max} - x_{\min} \\ &= 89.5 - 44.5 \end{aligned}$$

$$E = 45$$

##### b. Variance :

$$Var = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i (C_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^m f_i (C_i - \bar{x})^2.$$

$$Var = 44.6489158$$

##### c. Écart-type :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{Var(x)} \\ &= \sqrt{44.6489158} \end{aligned}$$

$$\sigma = 6.68198442$$

Pour calculer le **premier quartile**, repérage dans le tableau des fréquences cumulées :

Borne de classe	Fréquence cumulée
59.5	0.13571
Premier quartile	0.25
64.5	0.37143

##### d. Premier quartile :

$$Q_1 = 59.5 + \frac{(64.5 - 59.5)}{(0.37143 - 0.13571)} \times (0.25 - 0.13571)$$

$$Q_1 = 61.9242424$$

Pour calculer **le troisième quartile**, repérage dans le tableau des fréquences cumulées:

Borne de classe	Fréquence cumulée
69.5	0.70714
Premier quartile	0.75
74.5	0.89286

**e. Troisième quartile**

$$Q_3 = 69.5 + \frac{(74.5 - 69.5)}{(0.89286 - 0.70714)} \times (0.75 - 0.70714)$$

$$Q_3 = 70.6538$$