Université Ferhat Abbas, Sétif 1

$1^{ére}$Année Aménagement **Mathématique I 2020/2021**

Série d'exercices 02

Exercice 01 :

On considere dans l'éspace véctoriel $\mathbb{R}^2$ les vecteurs : $t_1 = (1, 2)$, $t_2 = (-1, 0)$.

- Montrer que la famille des vecteurs $\{t_1, t_2\}$ forme une base de $\mathbb{R}^2$.

On considère dans l'éspace véctoriel $\mathbb{R}^3$ les vecteurs : $v_1 = (0, 1, 1)$, $v_2 = (1, 0, 1)$, $v_3 = (1, 1, 0)$.

- Montrer que la famille des vecteurs $\{v_1, v_2, v_3\}$ forme une base de $\mathbb{R}^3$.

On considère dans l'éspace véctoriel $\mathbb{R}^3$ les vecteurs : $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (-1, 1, 0)$, $u_3 = (1, 0, -1)$.

- Montrer que la famille des vecteurs $\{u_1, u_2, u_3\}$ forme une base de $\mathbb{R}^3$.

Exercice 02 :

Dans L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$, on considère le sous espace vectoriel

$$F = \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \ / \ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0\right\}$$

- Déterminer une base de F puis donner sa dimension.

Exercice 03 :

Dans L'espace vectoriel $\mathbb{R}^4$ on considère le sous espace vectoriel

$$F = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\right\}$$

- Déterminer une base de F puis donner sa dimension .

Exercice 04 :

Les applications suivantes sont elles linéaires?

$$\begin{array}{llll} f: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & f(x,y,z) & = & x+y+z \end{array} , \qquad \begin{array}{llll} g: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & g(x,y) & = & (y, x, x-2y) \end{array}$$

Exercice 05 :

Soit l'application $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y, z) = (y + z, x + y + z, x)$.

1. Montrer que f est une application linéaire.
2. Déterminer $\ker f$ (le noyau) et $\operatorname{Im} f$.

Exercice 06 :

Soit l'application $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $f(x, y, z) = (-2x + y + z, x - 2y + z)$.

1. Montrer que f est une application linéaire.
2. Déterminer $\ker f$ et $\operatorname{Im} f$.
3. Donner une base de $\ker f$ et $\operatorname{Im} f$.