III.2.4.2. Approximation semi-logarithmique de JACOB

Introduction

La méthode de JACOB (COOPER et JACOB, 1946) s'appuie elle aussi sur la formule de Theis; cependant les conditions de son application sont plus restrictives que celles de la méthode de Theis. Dans la formule de Theis, on peut remplacer la fonction exponentielle intégrale par un développement en série convergente. Ainsi, le rabattement **s** s'écrit :

$$s = Q/4\pi T(-0,5772-\ln u + u - u^2/2.2\,! + u^3/3.3!\ \ldots..)$$

A partir de (**$u = r^2 s/4\,\pi T$**), on voit que u décroit quand le temps de pompage augmente. Ainsi, pour de grandes valeurs de t et/ou de faibles valeurs de r, les termes à droite de In u dans la série de l'équation ci-dessus deviennent négligeables, et si $u < 0,01$, le rabattement peut s'exprimer sous la forme asymptotique.

$$s = Q/4\pi T(-0,5772-\ln r^2 s/4\,\pi T)$$

Après arrangement et passage au logarithme décimal, cette équation se réduit à :

$$\boxed{s = \frac{0,183\,Q}{T}\log\left(\frac{2,25\,Tt}{r^2 S}\right)} \qquad \text{(III.6)}$$

s: rabattement (m), T: transmissivité (m^2/s), r: distance à l'axe du forage (m), Q: débit de pompage (m^3/s), S: coefficient d'emmagasinement (-), t: temps de pomage (en s)

Par conséquent, si l'on porte les rabattements s en fonction du logarithme du temps t, on obtient une ligne droite. On prolonge cette ligne jusqu'à l'axe des abscisses, et le point d'intersection a pour coordonnées $s = 0$ et $t = t_0$. Si l'on porte ces valeurs dans l'équation (III.6), on obtient :

$$0 = 0.183\ Q/T \log (2,25\ Tt_0/r^2 S)$$

Et comme ; $0.183\ Q/\neq 0$,

Il s'ensuit que ; $2,25\ Tt_0/r^2 S = 1$

Soit : $$\boxed{S = \frac{2,25\,T\,t_0}{r^2}} \qquad \text{(III.7)}$$

On peut remplacer s par Δs, c'est à dire par la différence de rabattement par cycle log de temps, ce qui donne :

$$T = 0.183\ Q/\Delta s \qquad \text{(III.8)}$$

Il faut noter que :

$$\mathbf{\Delta s = 0.183\ Q/T,} \qquad \text{(III.9)}$$

Est l'expression de la pente de la ligne droite. Cela signifie que lorsqu'on trace une droite passant par les points, on détermine aussi-bien la valeur de **t_0** que celle de **Δs.**

- Conditions d'applications

* Les mêmes conditions que celles de la méthode de Theis.

* Les valeurs de **u** sont faibles **(u < 0,01)**, c'est à dire que **r** est petit ou que **t** est grand. **[**Cooper, H.H., Jacob, C.E., 1946]

1er mode opératoire :

* Porter pour l'un des piézomètres (r = constante) les valeurs de (**s)** en fonction du temps correspondant (**t)** sur un papier semi-logarithmique (t en échelle logarithmique) et tracer la droite passant par les points obtenus, (fig.III.8).
* Prolonger la droite jusqu'à l'axe des temps ou **s = 0**, et lire la valeur de t_0.
* Calculer la pente de la droite, c'est à dire la différence de rabattement **Δs** par cycle log de temps.
* Porter les valeurs de **Q** et de **Δs** dans l'équation (III.8) et résoudre par rapport à **T**. Connaissant **T** et **t** calculer **S** à partir de l'équation (III.7).

Remarque :

* Cette opération peut se répéter pour chaque piézomètre disponible, c'est à dire pour chaque valeur de (**r**). Les résultats obtenus sur **T** et sur **S** doivent être en bon accord entre eux.
* Une fois les valeurs de **T** et de **S** calculées, on doit les introduire dans l'équation : $u = r^2S/4Tt$ pour vérifier que u est bien inférieur **à 0,01** condition d'application de la méthode de Jacob**.**

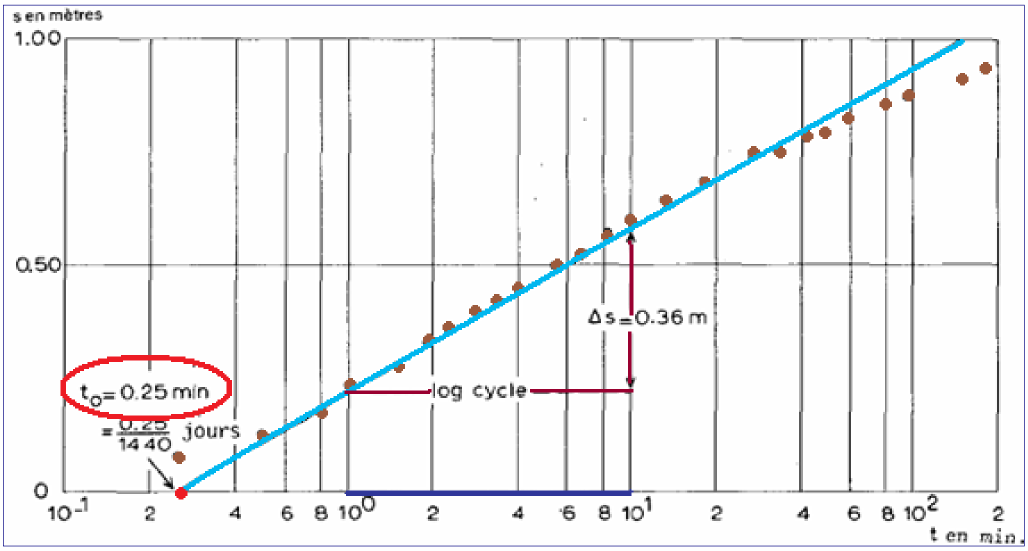

Fig. III.8 : Interprétation de l'essai de pompage selon le 1er mode opératoire la méthode de Jacob.

- 2ème mode opératoire :

On peut procéder à peu près de la même façon que précédemment en portant sur un diagramme semi-logarithmique s en fonction de r (r sur l'échelle logarithmique), à t constant. On obtient encore une ligne droite dont le prolongement rencontre l'axe des r (Fig. III.9) en s = 0 et r = r_0 (rayon d'influence au temps choisi t).
Suivant le même raisonnement que précédemment, on arrive.aux équations :

– Le coefficient d'emmagasinement

$$S = \frac{2{,}25Tt}{r_0^2} \qquad \text{(III.10)}$$

– La transmissivité

$$T = \frac{0{,}366\,Q}{\Delta s} \qquad \text{(III.11)}$$

Comme dans le 1er mode opératoire, on lit les valeurs de r et de Δs sur le graphe, puis à l'aide des équations (5) et (6) on calcule T et S.

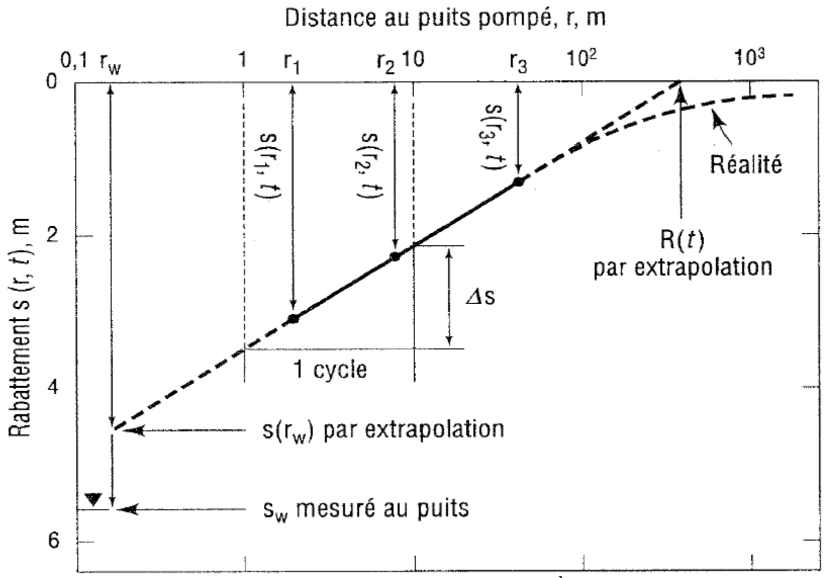

Fig. III.9 : Exemple d'interprétation du pompage selon le 2ème mode opératoire de la méthode de Jacob, (Chapuis, 1999)

Remarques

- On a besoin des mesures d'au moins trois piézomètres pour obtenir des résultats précis.

- Si le rabattement de chaque piézomètre n'est pas mesuré au même instant, on peut quand même trouver le rabattement s, au temps t choisi, par une interpolation des courbes de descente de chaque piézomètre, déjà construites lors du 1er mode opératoire.

- Equation du profil du cône de rabattement, (Méthode de stabilisation des différences de rabattements) :

A un instant donné la différence entre les rabattements aux distances r dans les piézomètres s'écrit :

$$s_1 - s_2 = \frac{0{,}183\,Q}{T}\left(\log\frac{2{,}25\,Tt}{r_1^2\,S} - \log\frac{2{,}25\,Tt}{r_2^2\,S}\right)$$

$$\Delta s = \frac{0{,}366\,Q}{T}\log\frac{r_2}{r_1}$$

(III.12)

Δs, est indépendant du temps, cette équation permet de calculer T, à condition d'avoir aux moins deux piézomètres alignés avec le puits de pompage.
L'extrapolation de la droite avec s = 0, donne le rayon d'action fictif pour le pompage considéré.

3ème mode opératoire :

Toutes les mesures de tous les piézomètres sont portées sur un seul papier semi-logarithmique avec s en fonction de **t/r²** (t/r² sur l'axe logarithmique). On trace une ligne droite s'ajustant sur ces points et l'on détermine son intersection avec l'axe de rabattement nul (Fig. III.10). Les coordonnées de ce point sont s = 0 et $t/r_2 = (t/r_2)_0$.

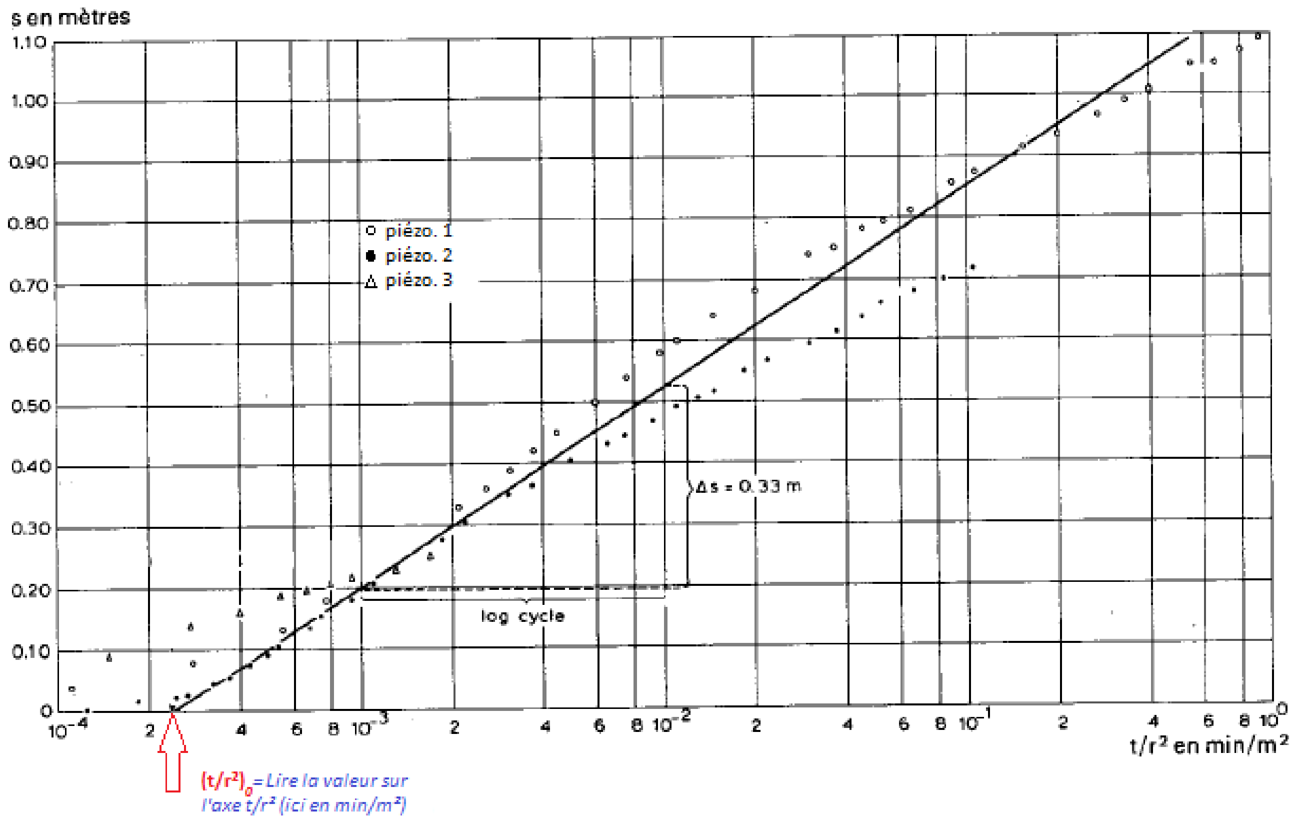

Fig.III.10 : Exemple d'interprétation du pompage d'essai selon le 3ème mode opératoire de la méthode de Jacob.

En suivant le même raisonnement que dans le 1er mode opératoire, on obtient les formules suivantes :

- Le coefficient d'emmagasinement :

$$S = 2{,}25T(t/r^2)_0 \qquad \text{(III.13)}$$

- La transmissivité :

$$T = \frac{0{,}183\, Q}{\Delta s} \qquad \text{(III.14)}$$

On détermine donc les valeurs de $(t/r^2)_0$ et de Δs, d'où l'on déduit ***T*** et ***S*** à l'aide des équations (III.13) et (III.14).

III.3.2.2. Cas d'un pompage en nappe libre

La méthode de JACOB peut être étendue aux nappes libres à condition que les rabattements soient faibles ($s < 0{,}1$ b ; b : épaisseur mouillée de l'aquifère au repos).

- Cas où $0{,}1\ b < s < 0{,}3\ b$:

Il est possible d'utiliser l'équation de Jacob en corrigeant le rabattement :

$s_c = s - s^2 / 2b$ s_c : rabattement corrigé, s : rabattement, b : épaisseur mouillée de l'aquifère au repos.

$$s_c = 0{,}183\ Q/T.\log 2{,}25\ Tt / r^2S \qquad \text{(III.15)}$$

- Cas où $s > 0{,}3$ b :

Dans ce cas on utilise une formule dérivée de Jacob et Dupuit :

$$b^2 - h^2 = 0{,}366.Q / k.\log 2{,}25Tt / r^2S \qquad \text{(III.16)}$$

h(m) = b – s, k (m/s): perméabilité de l'aquifère